

QUESTION AUTOUR DE L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DU RAISONNEMENT STATISTIQUE A TRAVERS L'ESTIMATION STATISTIQUE

Dalla Porta, Leonardo¹ Régnier, Jean-Claude² & De Aguiar Isaia, Silvia Maria³

¹ Université de Lyon, ED 485 EPIC – UMR 5191 ICAR 69007 86 Rue Pasteur Lyon, France – leo-dallaporta@hotmail.com

² 86 Rue Pasteur Université Lumière Lyon2 – UMR 5191 ICAR 69007 Lyon, France – jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr

³ Rua Silva Jardim 1174, Santa Maria, RS, Brésil – silviamariaisaia@gmail.com

Résumé. Cet article prend appui sur un travail de thèse de doctorat en cours en régime de cotutelle entre le programme d'études supérieures en didactique de Sciences et Mathématiques du Centro Universitário Franciscano (Brésil) et l'École Doctorale ED485 EPIC (Éducation, Psychologie, Information et Communication) en Sciences de l'Éducation de l'Université Lumière Lyon 2 au sein de l'UMR 5191 ICAR, organisé autour de la thématique de la formation du raisonnement et de la pensée statistique en 1^{er} cycle universitaire au Brésil. Notre travail vise à mieux comprendre les conditions favorables à l'acquisition du processus du raisonnement statistique à travers la conceptualisation de l'estimation statistique en situation d'enseignement et apprentissage. Ici nous nous limitons à l'exploration des données construites par une première enquête par questionnaire auprès d'un groupe d'étudiants, portant sur la notion d'estimation statistique afin d'identifier des éléments du raisonnement statistique mis en œuvre par les individus. Nous nous appuyons sur la Théorie des Champs Conceptuels de Gérard Vergnaud pour analyser et interpréter les réponses. Nous tentons de formuler des conjectures relatives aux conditions pouvant favoriser ou faire obstacle à la formation du raisonnement statistique en relation aux concepts utilisés dans l'estimation statistique.

Mots-clés. Raisonnement Statistique, Estimation Statistique, Champs Conceptuels, Obstacles.

Abstract. This article takes support on a work of current doctoral thesis in regime of guardianship enter the program of graduate-level didactics of Sciences and Mathematics of the Centro Universitário Franciscano (Brazil) and the Doctoral ED485 EPIC school (Education, Psychology, Information and Communication) in Sciences of the Education of the University Lumière Lyon 2 within the UMR 5191 ICAR, organized around the theme of the formation of the reasoning and the statistical thought in 1st university cycle in Brazil. Our work aims at understanding better the conditions favorable to the acquisition of the process of the statistical reasoning through the conceptualization of the statistical estimation in situation of education and apprenticeship. Here we limit us to the exploration of the data built by a first investigation by questionnaire with a group of students, concerning the notion of statistical estimation to identify elements of the statistical reasoning implemented by the individuals. We lean on the Theory of the Conceptual fields of Gérard Vergnaud to analyze and interpret the answers. We try to formulate guesses relative to the conditions which can favor or put obstacle to the formation of the statistical reasoning in relation in the concepts used in the statistical estimation.

Keywords. Statistical reasoning, Statistical estimation, Conceptual Fields, Obstacles.

1 Introduction

Dans le monde contemporain, les individus sont immergés dans de grandes quantités d'informations et de données qui sont transmises au moyen de diverses formes et supports tels qu'en particulier, des tableaux et des graphiques, ce que nous pousse à réfléchir sur l'importance des connaissances statistiques dans la formation du citoyen. L'enseignement scolaire ou universitaire tient une part importante pour l'acquisition des connaissances tout au long du parcours de formation.

Plus généralement, dans notre étude, nous tentons d'aborder la question de la formation de la pensée et du raisonnement statistiques au travers de l'estimation statistique comme objet d'enseignement et d'apprentissage. Pour cela nous avons construit un questionnaire que nous avons soumis à un groupe de 35 étudiants de licence en Sciences sociales d'une université brésilienne. L'objectif est de construire des données pour identifier leurs connaissances, compétences et représentations et obstacles dans le domaine de la statistique au moment de l'introduction des notions d'estimation statistique.

2 Autour de l'estimation statistique, outil et objet d'enseignement

La Statistique constitue un cadre théorique qui fournit des notions, concepts et techniques d'étayage des raisonnements, inférences qui permettent de décrire des ensembles d'unités (population, échantillon) ou encore de prolonger sous certaines conditions la validité d'une propriété d'un échantillon à la population. D'emblée nous pouvons pointer un élément important : il s'agit d'énoncer de propriétés sur les phénomènes étudiés que nous jugeons plus par leur plausibilité que par leur vérité.

Les populations sont caractérisées par des mesures numériques descriptives, et résumées par des paramètres. L'inférence statistique, à son tour, s'appuie sur la réalisation d'inductions et de déductions sur ces paramètres. Ici nous nous référons au sens usuel suivant de paramètre comme une grandeur mesurable qui permet de présenter de façon plus simple, plus abrégée les caractéristiques essentielles d'un ensemble statistique. Dans la plupart des cas, les valeurs de ces paramètres sont inconnues, parce qu'il est difficile voire impossible de mesurer une population tout entière. C'est alors que l'estimation de ces paramètres à partir des données construites connues devient un des buts fondamentaux du cadre théorique de la statistique ou dit autrement de la méthodologie statistique.

Pour rendre effective cette estimation en tant que procédure, on utilise un estimateur qui fait référence à une formule mathématique appliquée aux données d'un échantillon. Cet échantillon, dont une des qualités recherchées est la représentativité obtenue par des procédures adéquates dont les méthodes aléatoires constituent la référence de base, est extrait de la population étudiée. Dans ce contexte, l'estimation (résultat) est la valeur que l'estimateur réalise pour un échantillon spécifique et seulement pour cet échantillon, c'est-à-dire, une estimation est variable d'un échantillon à l'autre. Pour chaque échantillon différent on a donc des estimations différentes qui sont calculées par une même formule qui est l'estimateur.

Grâce à cette estimation on peut établir une extrapolation de l'échantillon vers la population et faire des inférences relatives aux hypothèses de l'investigation. La figure 1 ci-dessous présente un schéma visant à expliciter ce processus :

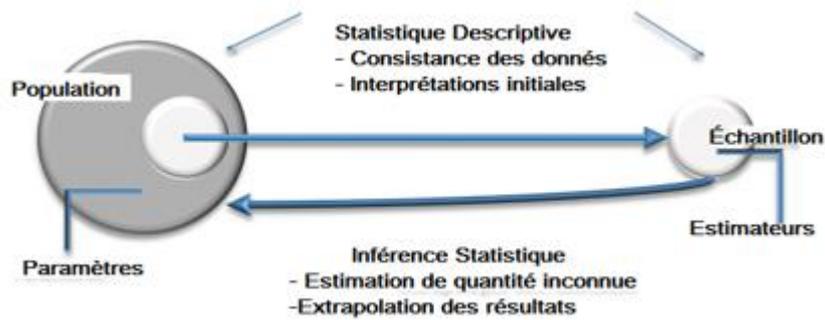


Figure 1 – Démarche en acte dans la cadre théorique de la Statistique

On peut comprendre, donc, que l'estimation est une procédure qui consiste à utiliser des données échantillonnées pour estimer les valeurs des paramètres inconnus d'une population étudiée. Parmi les paramètres les plus communs, on peut citer : moyenne et écart-type d'une variable quantitative, proportion d'un caractère dans une population.

Nous postulons que l'utilisation même de l'estimation statistique pour explorer le processus de construction et d'acquisition du raisonnement statistique est pertinent, en gardant à l'esprit que, pour estimer, l'étudiant devra recourir à des concepts statistiques supposés déjà abordés dans les cours de statistique descriptive.

3 Champs Conceptuels

La théorie des champs conceptuels de Gérard Vergnaud est un cadre théorique permettant une analyse du processus de conceptualisation du sujet à partir des problèmes auxquels il est conduit à faire face. Vergnaud (1990) affirme que le problème recouvre toute la situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploitation, des hypothèses et de vérifications pour produire une solution. La théorie des champs conceptuels n'est pas orientée vers la construction d'une théorie générale du développement cognitif, mais elle s'intéresse à la relation du développement du sujet avec les tâches auxquelles il doit être soumis. Dans cette perspective, la cognition est, donc, fortement sollicitée dans les situations – problèmes.

La figure 2 schématise une carte conceptuelle qui fait référence à quelques aspects de la théorie des champs conceptuels selon notre interprétation :



Figure 2 – Carte conceptuelle de la théorie des champs conceptuels

Vergnaud (2012) remarque que la conceptualisation est une base pour le développement cognitif et c'est en se confrontant à des problèmes à résoudre dans des classes de situations que le sens d'un concept se construit chez un sujet. Ainsi, nous sommes conduits à chercher différentes situations qui mettent en œuvre un concept pour en apercevoir effectivement le développement et la consolidation.

4 Autour du raisonnement et de la pensée statistiques

Pour commencer une discussion sur le raisonnement et la pensée statistiques, nous examinons le raisonnement en relation à la question de la littératie statistique comme il est convenu de nommer l'alphabétisme statistique. Littératie est le terme utilisé pour la traduction de literacy (dont la signification est celle d'alphabétisation), processus pour lequel le sujet a acquis la lecture et l'écrite.

En accord avec Gal (2002) nous considérons que pour réaliser la littératie statistique, le sujet doit être capable de lire des informations textuelles, graphiques et tabulaires, maîtriser des connaissances statistiques et mathématiques et développer la compétence pour élaborer des questions critiques

Wodewotzki (2010) met en relief que la pensée statistique est développée grâce aux relations que le sujet établit avec des situations concrètes et appliquées. On peut percevoir que les résultats d'une résolution d'un problème qui implique la Statistique, évoque plus une tendance qu'une certitude, en interprétant ces résultats et en exploitant les données sous différents angles. Ainsi nous considérons que l'estimation statistique est un objet d'étude pertinent pour l'exploration du développement de la pensée statistique.

En cherchant la définition du raisonnement, nous avons trouvé ce qui touche à la compréhension de ce qui est l'exercice de la raison, la déduction de quelque chose face à une ou plusieurs hypothèses pour une prise de décision. C'est alors un processus interne et mental dont la compréhension, alliée à une information, permet de faire une inférence.

À propos de la spécificité du raisonnement statistique, on peut dire que, comme il s'agit de la compréhension d'une science, l'individu doit posséder des outils fondamentaux de la Statistique acquis lors de sa formation scolaire, pour arriver à faire des inférences face aux situations qui l'exigent.

Pour Garfield (2002), la définition du raisonnement statistique est liée à la manière par laquelle un individu pense avec des idées statistiques et la manière de donner sens aux informations statistiques. Autrement dit, ça signifie faire des interprétations des données, des constructions de tableaux, de graphiques. Fréquemment, le raisonnement statistique regroupe des idées d'estimation et des tests d'hypothèse pour arriver à des interprétations et inférences relatifs aux résultats.

5 Résultats finales

Les situations qui ont été proposées aux étudiants afin d'identifier des éléments relatifs à la construction du raisonnement statistique sont présentées dans le tableau suivant :

Situations proposées pour la vérification des concepts statistiques
Situation 1: A) On suppose que vous êtes intéressé dans l'investigation de la quantité de personnes que sont dans des voitures qui roulent pendant la journée dans une avenue mouvementée de votre ville. Comment vous agissiez pour commencer cette investigation? B) Devant les données qui ont été collectés dans la première question, quel type de mesures vous utiliseriez pour établir quelque sorte de norme?
Situation 2: A) Dans un supermarché le fonctionnaire responsable pour les fruits et légumes a reçu la charge d'emballer les pommes dans des paquets de 2 kg. Que'est-ce que le fonctionnaire doit considérer? B) Après emballer toutes les pommes, pour un total de 150 paquets, le fonctionnaire est devenu curieux pour savoir sur la distribution des fruits dans des paquets. C) Comme il n'avait pas le temps de faire une conférence du nombre total de paquets, qu'est-ce qu'il pourrait faire pour en découvrir? Quelle sorte de mesures statistiques on pourrait adopter pour essayer d'établir une norme en relation aux paquets de pommes? Faites une simulation avec une quantité de paquets qui vous en jugez nécessaire.
Situação 3: Dans les deux situations –problème qui ont été proposés, vous croyez que puissent avoir des erreurs en relation aux normes établies?

Tableau 1 – Situations problèmes effectivement proposées aux étudiants

Les situations présentées exigent des étudiants, la mise en œuvre de concepts déjà étudiés dans les cours qui précèdent celui consacré à l'estimation statistique. Cela permet d'identifier les niveaux de conceptualisation atteints. Les concepts requis dans les situations relèvent du domaine de la statistique descriptive, tels que échantillon, mesures de tendance centrale et mesures de dispersion.

Dans notre étude, nous observons que seulement 6 des 35 étudiants ont, en fait, réussi à produire les réponses attendues. Il a été possible de conforter que les étudiants qui ont le plus réussi, sont ceux qui avaient un niveau plus élevé de maîtrise des concepts statistiques et d'effectuation des calculs demandés.

Selon Vergnaud (2012), les concepts sont formés par un ensemble de trois éléments en interrelation : signifiant, signifié, référent, Acioly-Régnier (2007), propose le schéma (figure 3) suivant pour représenter cette conception exemplifier:

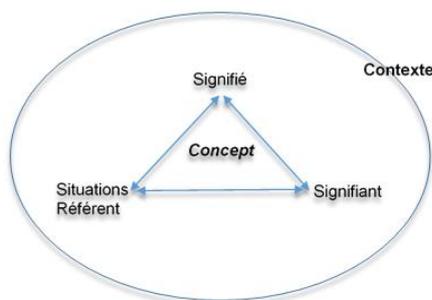


Figure 3 – Schéma de concept

Selon les situations que nous avons proposées, on a construit un tableau pour exemplifier un des raisonnements trouvés parmi les réponses :

Concept: Estimation en utilisant la moyenne		
Situations	Invariants Operatoires	Représentations Symboliques
<ul style="list-style-type: none"> - Estimation de la moyenne de la population à partir des donnés d'échantillons. - Estimer la quantité de personnes qui sont dans des voitures qui roulent par jour dans une avenue de votre ville. 	<ul style="list-style-type: none"> - Mesure de tendance centrale. - Somme de tous les éléments d'un échantillon divisé par le numéro total d'éléments. 	$\hat{\bar{x}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ <p>n = numéro d'éléments</p> <p>x_i = denotation de chaque élément</p> <p>i = 1,2,3,...n</p>

Tableau 2 – Exemplification du concept selon Vergnaud

On a conclu, dans cette première phase d'investigation, que les étudiants qui ont compris de façon concise les concepts statistiques, ont réussi à résoudre les différents problèmes ainsi qu'à développer les calculs sans grandes difficultés apparentes.

Cela va dans le sens de la théorie des champs conceptuels dans laquelle offrir aux étudiants une grande variation de situations peut promouvoir une meilleure conceptualisation. De plus, il faut rappeler que la théorie des champs conceptuels ne considère pas seulement des concepts déjà formalisés et consolidés par le sujet, mais aussi et surtout avec des connaissances en voie de formalisation. Cet aspect garantit qu'on puisse identifier, dans des situations-problème, les façons de mieux comprendre les démarches des étudiants qui sont dans le processus de formation.

Notre recherche n'en est encore qu'à la phase de construction, mais nous avons pu observer que connaître et exploiter les processus de conceptualisation à l'œuvre dans le raisonnement statistique peut aussi aider les enseignants comme étudiants dans leurs activités d'enseignement et d'apprentissage de la statistique.

Référence

- [1] Acioly-Régner, N.M. 2007. *La théorie des champs conceptuels comme outil pour la formation des praticiens professionnels de l'éducation*. In: M. MERRI (coord.), *Activité humaine et conceptualisation: questions à Gérard Vergnaud*. Toulouse, Presses Universitaires du Mirail, p. 498-506. (Collection Questions d'éducation).
- [2] Gal, I. Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.
- [3] Garfield, J. *The challenge of developing statistical reasoning*. In: *Journal of Statistics Education*, v.10, n. 3. 2002. Disponível em <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html> Acesso em 12 de maio de 2017.
- [4] Vergnaud, G. ; Plaisance, É. *Les Sciences de l'Éducation*. 5ed. Éditions la Découverte. Paris, 2012.
- [5] Vergnaud, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, 10 (23):133-170. 1990.
- [6] Wodewotzki, M. L. L., Jacobi, O. R., Campos, C. R. et Ferreira, D. H. L. Temas contemporâneos nas aulas de estatística: um caminho para combinar aprendizagem e reflexões políticas. In: C. E. Lopes, C. de Q. E S. Coutinho & S. A. Almouloud (Orgs), *Estudos e reflexões em educação estatística*. Campinas: Mercado de letras, 2010.