

# L'APPRENTISSAGE EMPIRIQUE ET SON IMPACT SUR LA COMPREHENSION DU CONCEPT DE MOYENNE ARITHMETIQUE

Moulay Zahid ELM'HAMEDI

*Centre Régional des Métiers de l'Education et de la  
Formation – Région Casa Settat, Annexe de Settat  
Hay el farah 2, Avenue Taha Hussein, B.P. 3066,  
Settat, Maroc*  
[mhamdizahid@yahoo.fr](mailto:mhamdizahid@yahoo.fr)

**Résumé.** L'objectif de cette recherche est d'évaluer les effets d'un apprentissage empirique sur la compréhension du concept de moyenne arithmétique, des élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège (âgés entre 14 et 17 ans). Cet apprentissage empirique est concrétisé par un ensemble d'activités pratiques permettant l'appréhension de propriétés usuelles relatives à ce concept. Ces activités pratiques sont mises en place avant tout cours traditionnel et officiel introduisant cette notion statistique, habituellement axé sur l'application de la formule  $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$ . Afin de réussir cette entreprise,

nous avons choisi, d'une manière aléatoire, un échantillon constitué de 144 sujets (74 garçons et 70 filles) relevant du niveau scolaire susmentionné. Nous avons appliqué le principe de randomisation pour constituer de ces sujets deux groupes d'effectifs égaux: groupe expérimental et groupe de contrôle. Le plan expérimental adopté est formé de quatre étapes composées de tâches à réaliser par les sujets. La 1<sup>ère</sup> étape est une tâche particulière au profit du groupe expérimental seul, impliquant la mise en œuvre des activités pratiques indiquées ci-dessus. Les résultats de cette recherche, déduits à l'aide de l'application de l'analyse factorielle des correspondances multiples, montrent de manière évidente que cet apprentissage empirique a vraiment impliqué un effet positif sur la compréhension de la moyenne arithmétique des élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège. Nous annonçons ainsi, que la compréhension de ce concept est plus compliquée que l'application directe et aveugle de l'algorithme de calcul présenté ci-dessus, mais qu'il devrait-être enseigné au-delà de cette fameuse règle.

**Mots clés.** Moyenne arithmétique, Apprentissage empirique, Apprentissage coopératif, Compréhension instrumentale, Compréhension conceptuelle, Conceptions erronées.

**Abstract.** The goal of this research is to evaluate the effects of empirical learning on understanding of the concept of arithmetic mean, at students in 3<sup>rd</sup> year of college (14-17 years old). This empirical learning is materialized by some practical activities allowing the apprehension of usual properties of this concept. These practical activities are established before traditional and official courses introducing this statistical notion, usually focused on application of the formula  $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$ . In

order to successfully carry out this enterprise we chose a random sample constituted of 144 students (74 boys and 70 girls) under above school level. We have applied randomization principle in order to form two equal groups: experimental group and control group. The experimental design adopted is

formed by four steps composed with tasks to achieve by the students. The first step is a particular task addressed to the experimental group only, involving implementation of the above practical activities. The results of this research, deduced by application of Factorial Analysis, show obviously that empirical learning have positive effect on understanding of arithmetic mean at students in 3<sup>rd</sup> year of college. Thus, this study suggests not only that the arithmetic average concept is more complex than the direct application of the above computational algorithm, but also implies that the average concept should be taught beyond this famous rule.

**Keywords.** Arithmetic mean, Empirical learning, Cooperative learning, Instrumental understanding, Conceptual understanding, Misconceptions.

## 1 Introduction

La statistique est une partie des mathématiques utilisée dans de nombreux domaines tels que l'économie, les sciences naturelles, l'histoire et la géographie. Dès l'école primaire, on enseigne aux élèves des activités de recueil et d'organisation des données liées à des phénomènes naturels (quantité de pluie, température, ...). Coutanson a abordé cette question de l'éducation statistique à l'école primaire en France (Coutanson, 2010). Au niveau de l'enseignement secondaire, ce n'est qu'à partir de 1983, année du début des réformes coïncidant avec l'arabisation des matières scientifiques, que la statistique est intégrée dans les programmes des mathématiques du système éducatif marocain.

A l'ère de la communication et de la technologie, les sociétés ont besoin d'analyser des données pour prendre des décisions d'ordre économique. Cela suggère qu'il soit important que les élèves développent la compréhension des concepts et des processus utilisés dans ce domaine (Lima, Pollatsek et Well, 1981; Zaki et Elm'hamedi, 2009). La moyenne arithmétique est l'un des concepts de base les plus importants dans cette entreprise. Les données rapportées et utilisées dans la vie quotidienne, les journaux scientifiques et les médias publics, utilisent fréquemment la notion de moyenne. Il ne faudrait donc pas nous étonner si dans un système éducatif donné, on a choisi d'introduire une notion telle que la moyenne. En outre, cette notion est la plus incluse dans la plupart des curricula de l'éducation générale à travers le monde (Goodchild, 1988; Waston et Moritz, 1999). Elle est aussi usuelle dans le vocabulaire de la plupart des enfants, même avant de recevoir des connaissances statistiques formelles à l'école. En effet, les termes comme « taille moyenne », « âge moyen », « score moyen », sont fréquemment utilisés par les enseignants et par les ouvrages même avant que les élèves puissent comprendre les significations sous-jacentes. Malheureusement, bien que l'enseignement de la statistique soit souvent justifié en se référant à la nécessité de préparer les élèves aux demandes d'une société d'information, plusieurs enseignants ne fournissent pas beaucoup d'effort pour adresser directement de telles demandes (Elm'hamedi, 2010). Ils introduisent souvent dans leurs instructions des tâches obligeant les élèves à effectuer seulement des calculs sur la moyenne. Ceci peut ne pas être suffisant pour développer les habiletés de savoir-faire statistique des élèves. De même, on ne peut pas être sûr qu'ils peuvent interpréter, d'une façon raisonnable, les arguments statistiques rencontrés dans des articles de journaux, dans des informations à la télévision, dans des annonces ou dans le milieu de travail.

Bien que le concept «moyenne» semble être simple tel que l'algorithme de calcul le suggère, des recherches antérieures (Pollatsek, Lima et Well, 1981; Mevarech, 1983; Strauss et Bichler, 1988) indiquent que les élèves ont plusieurs conceptions erronées concernant cette notion. Elles ne sont pas dues au manque de connaissances procédurales de calcul de la moyenne, mais au manque de la compréhension conceptuelle de cette notion. Ce qui est interprété par l'absence d'une pensée statistique chez les élèves (Pfannkuch et Wild, 2003; Chatzivasilioiu, Michalis et Tsaliki, 2010).

La moyenne arithmétique est définie par addition des valeurs puis division de la somme trouvée par le nombre de valeurs qui ont été additionnées. Strauss et Bichler (1988) ont argumenté que la simplicité des aspects de calcul du concept «moyenne» pourrait le faire apparaître plus facile. De même, Mokros et Russell (1995) ont annoncé que ce concept est un objet mathématique avec une complexité inappréciée. En fait, plusieurs compréhensions des élèves relatives au concept ne sont que l’algorithme : «Ajouter Puis Diviser». Aussi des études ont-elles examiné les conceptions des élèves à propos de cette notion (Pollatsek, Lima et Well, 1981; Mevarech, 1983; Strauss et Bichler, 1988; Chatzivasileiou, Michalis et Tsaliki, 2010) et ont exploré les approches instructionnelles possibles (Mevarech, 1983; Hardiman, Well et Pollatsek, 1984) pour promouvoir sa compréhension. Plus récemment, les travaux de Vladimir Andrade (Andrade, 2013) ont porté sur les concepts de mesures de tendance centrale et de dispersion en portant, dans un premier temps, le focus sur leurs places dans les manuels scolaires en France et au Brésil.

Quant aux stratégies adoptées par les élèves face à la réalisation d’une tâche impliquant le concept de la moyenne arithmétique, Cai (1995) a pu remarquer qu’elles sont en nombre de trois, et sont:

- *Mise A Niveau (MAN)*, dans laquelle l’élève utilise une suite de «retranchement puis ajout» afin d’arriver à la solution adéquate du problème.
- *Ajouter Puis Diviser (APD)*, se basant sur l’application de la formule algorithmique: 
$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$
.
- *Tâtonnement Puis Erreur (TPE)*, dans laquelle l’élève choisit premièrement une valeur donnée pour la solution, puis il contrôle si elle est en concordance avec les données du problème. Si ce n’est pas le cas, il choisit une autre valeur, et ainsi de suite jusqu’à ce qu’il tombe sur la valeur adéquate.

Par ailleurs, malgré la place prépondérante qu’occupe cette notion en statistique, en feuilletant, brièvement, les manuels scolaires de notre système éducatif, nous sommes déçus de voir d’une part qu’ils se sont focalisés seulement sur la fameuse règle  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$  et d’autre part qu’une large quantité de situations a été prise avec des exemples numériques, basés sur des exercices de calcul seulement.

Par conséquent, une investigation à propos de l’acquisition d’un niveau de compréhension satisfaisant de la moyenne arithmétique est, sans doute, le meilleur point de départ pour explorer les structures cognitives dont les élèves de l’enseignement au collège ont besoin pour manipuler les autres concepts statistiques, afin de pouvoir poursuivre leurs études secondaires et supérieures avec succès (Elm’hamedi, 2014).

Ainsi, le travail que nous exposons dans cet article s’inscrit dans la continuité des réflexions et recherches menées sur la question de mise en place d’ingénieries didactiques permettant d’atteindre un niveau de compréhension satisfaisant du concept de la moyenne arithmétique. Plus particulièrement, nous essayons de traiter et de mettre à l’épreuve l’hypothèse de recherche suivante:

«Des activités pratiques, basées sur les stratégies MAN et TPE, et visant l’appréhension expérimentale de propriétés de la moyenne arithmétique, mises en place avant tout cours traditionnel et officiel axé sur la formule  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ , introduisant ce concept; et surtout avant la mise en place de toute activité théorique basée sur la stratégie APD et visant l’appréhension théorique de ces mêmes propriétés, permettent une compréhension conceptuelle de cette notion, chez les élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège».

Mais avant de procéder ainsi, nous allons tout d'abord passer en revue les principales recherches déjà menées sur les difficultés et modèles de compréhension relatives à cette notion statistique la plus habituellement utilisée.

## 2 Revue de la littérature

Les différentes recherches, déjà établies, que nous avons pu consulter et qui sont en relation directe avec notre problématique sont très nombreuses et sont, malheureusement, toutes réalisées dans des contextes autres que celui relatif au système éducatif marocain. Leur dénominateur commun est que *la connaissance de la formule  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ , seule, ne suffit pas à l'élève pour acquérir une compréhension satisfaisante du concept de la moyenne arithmétique.*

Nous nous sommes limités ici à la présentation et discussion des résultats de quelques recherches seulement, sachant que la liste n'est pas exhaustive et la plupart entre elles sont déjà signalées dans la partie introduction de cet article. Ainsi, nous avons divisé ces recherches en deux catégories principales. Chaque catégorie est identifiée par les articles ou ouvrages qui ont fait l'objet de traitement de ce concept. La première est relative à *quelques éléments d'exploration sur l'appréhension de ce concept par les élèves.* La deuxième présente *un ensemble de modèles préconisés de compréhension, à prendre en considération lors d'un enseignement sur ce concept.* L'adoption de ces modèles permet, sans doute, aux élèves d'acquérir une compréhension conceptuelle adéquate de cette notion statistique.

### 2.1 Quelques éléments d'exploration

#### ○ *Pollatsek, Lima et Well (1981):*

Deux résultats essentiels sont tirés de l'étude menée dans Pollatsek, Lima et Well (1981). Le premier est qu'une forte majorité d'élèves sont incapables de pondérer et combiner correctement deux moyennes en une seule. Pour eux, la méthode de non-pondération est la seule qu'ils savent pour traiter les problèmes relatifs à la moyenne. Ainsi, les difficultés rencontrées à propos du concept « moyenne », ne sont pas restreintes aux habiletés de pondérer et combiner deux moyennes. Mais, la difficulté de base imprévue est comment manipuler la notion de moyenne dans un problème donné. Les réactions des sujets ont indiqué que les difficultés qu'ils ont trouvées ne sont pas dues à la non-connaissance de

la formule algorithmique :  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ .

Une façon de résumer le manque d'habiletés, chez plusieurs élèves, à résoudre des problèmes relatifs à la moyenne pondérée est qu'ils se comportent comme si la moyenne était un concept purement formel, défini seulement en termes de calculs basés sur des nombres abstraits.

Le deuxième résultat est que le degré d'abstraction des données du problème nécessitant la détermination de la moyenne arithmétique a un effet sur la capacité de sa résolution par les élèves. Très précisément, plus les  $x_i$  sont abstraits, plus les élèves trouvent des difficultés pour résoudre des problèmes impliquant le concept de moyenne arithmétique.

#### ○ *Cai (1995):*

A partir d'une tâche ouverte, impliquant une situation concrète, nécessitant la détermination d'une donnée inconnue  $x_{i_0}$ , étant donné : la moyenne arithmétique,  $\bar{x}$ , la taille des données,  $n$ , et les autres données  $x_i$  ( $i \neq i_0$ ), Cai (1995) a pu identifier trois stratégies de solution chez les élèves, comme nous l'avons déjà signalé dans la partie introduction de cet article, à savoir : MAN, APD et TPE.

En ce qui concerne les représentations de la solution trouvée par les élèves, Cai(1995) a pu distinguer quatre catégories : *verbale* dans laquelle l'élève a principalement utilisé une expression écrite, *illustrée* où l'élève a principalement utilisé une photo ou un graphe, *arithmétique* dans laquelle l'élève a principalement utilisé des expressions arithmétiques, et enfin *algébrique* où l'élève a principalement utilisé des expressions algébriques.

## 2.2 Modèles préconisés de compréhension

### ○ **Pollatsek, Lima et Well (1981):**

En se basant sur le modèle de compréhension d'un concept mathématique établi par Skemp<sup>1</sup> en 1979, Pollatsek, Lima et Well (1981) a construit une compréhension complète du concept « moyenne arithmétique », que nous présentons l'essentiel dans les deux paragraphes suivants:

Le niveau de compréhension instrumentale le plus bas peut consister à *comprendre seulement la règle de calcul de la moyenne simple d'une série de nombres*. Mais, de plus, on pense qu'il y a plusieurs genres de connaissances supplémentaires qui doivent être représentées en un schéma de moyenne. En outre, *trois genres de connaissances* peuvent être distingués : *fonctionnel*, *de calcul* et *analogique*.

Par *connaissance fonctionnelle*, on se réfère à la compréhension de la moyenne comme un concept signifiant, véritable et universel. Bien que la compréhension de la moyenne puisse sembler être limitée au calcul de la valeur de cette notion surtout lorsque les données impliquées sont abstraites, une connaissance supplémentaire est souvent nécessaire du fait que cette notion statistique est à caractère universel limitant le choix de telles données. *Une connaissance de calcul* adéquate vise à impliquer l'une ou l'autre des formules de calcul de la moyenne pondérée ou la formule de calcul de la moyenne non pondérée, combinée avec une information à propos de la manière d'obtenir la somme appropriée. Il est particulièrement important, en résolvant des problèmes relatifs à la moyenne pondérée, de savoir que l'on peut aller de la somme d'une série de scores à la moyenne en divisant par le nombre de scores, tout aussi bien qu'on peut obtenir la somme relative à la moyenne en la multipliant par le nombre de scores. Enfin, *une connaissance analogique* pourrait impliquer des images visuelles de la moyenne comme le milieu ou le point d'équilibre. La moyenne doit être représentée analogiquement par une valeur du score autour de laquelle la somme des déviations des points de données doit être nulle; une telle représentation doit être suffisante pour empêcher les élèves de commettre des erreurs graves en résolvant des problèmes relatifs à la pondération de la moyenne, à condition qu'ils aient bien assimilé la connaissance fonctionnelle qui indique quels éléments ils ont à utiliser comme poids.

Bien qu'il puisse sembler raisonnable que les performances des élèves varient en termes de connaissances analogiques ou de calcul, Pollatsek, Lima et Well (1981) a abouti au fait que la plupart des élèves n'utilisent pas la connaissance analogique de la moyenne en traitant un problème de pondération. La connaissance de la règle de calcul seule, *non seulement n'implique aucune compréhension réelle du concept de base sous-jacent, mais peut empêcher l'acquisition d'une compréhension relationnelle adéquate*. Les élèves peuvent penser que *la compréhension instrumentale d'un concept constitue une compréhension complète*.

### ○ **Gall (1995):**

Quant à lui, Gall (1995) a proposé un modèle composé de trois éléments pouvant jouer un rôle très important dans le développement de la pensée statistique chez les élèves et qui sont des éléments de

---

<sup>1</sup> Skemp (1979) a éclairci la distinction entre *la compréhension instrumentale et la compréhension relationnelle d'un concept*. La compréhension instrumentale d'un concept quantitatif *consiste à acquérir seulement une collection de règles isolées (vraisemblablement apprises par cœur) pour arriver à des réponses limitées d'une classe de problèmes*. Par contre, la compréhension relationnelle *consiste à formuler un schéma approprié ou une série de structures conceptuelles suffisantes pour résoudre diverses classes de problèmes*.

base pour évaluer le degré d'appréhension de ce concept par les élèves. Le premier élément est qu'il s'agit de former des élèves qui doivent comprendre:

- A quoi la moyenne est-elle utile ? (par exemple pour représenter l'emplacement du centre d'une série de données, pour aider aux prédictions et aux comparaisons),
- Sous quelles conditions y a-t-il un sens d'utiliser une moyenne, et pourquoi ?
- Qu'est ce qui pourrait arriver si une moyenne est utilisée là où elle ne devrait pas effectivement être, ou vice versa ?
- Quel est le rôle de l'outil d'équilibration dans le contexte des autres outils de la boîte à outils statistiques ? Les élèves doivent savoir dans quelles situations la moyenne est différente des autres outils, et reconnaître que la moyenne peut ne pas nécessairement être le premier outil à utiliser, le seul outil dont on a besoin, ou le plus approprié.

Le deuxième élément est qu'*il faut tester les aptitudes des élèves à mobiliser la notion de moyenne non seulement dans un contexte actif (production) s'occupant de la production des recherches basées sur des données statistiques, mais aussi dans un contexte passif qui permet d'interpréter ou de consommer ces recherches.* Le consommateur des données statistiques peut ne pas avoir nécessairement besoin de savoir beaucoup comment effectuer une recherche ou comment utiliser des techniques statistiques, mais il a besoin de savoir comment interpréter, au moins informellement, les déclarations élaborées autour du concept « moyenne ». Une activité utile pour développer le savoir-faire statistique concernant la « moyenne » peut débuter par demander aux élèves de chercher et comparer les définitions de cette notion dans les différents dictionnaires. Après, les élèves peuvent être invités à écrire, discuter et comparer leurs interprétations en formulant des phrases dans lesquelles le mot « moyenne » est enraciné, et qu'ils peuvent rencontrer en tant qu'auditeurs passifs.

Finalement, le troisième élément concerne *l'importance de la signalisation du contexte pour évaluer les connaissances des élèves, relatives à la notion de moyenne arithmétique.* Les évaluations doivent surtout être focalisées sur les aptitudes des élèves à utiliser la moyenne et à manipuler le concept « moyenne » en discutant ses utilités et ses interprétations dans des contextes différents. Il est difficile de juger entièrement qu'une personne connaît les outils, sans lui fournir le contexte (par exemple des problèmes concrets) qui peut motiver l'utilisation.

Pour évaluer les niveaux de compréhension des élèves, relative à la notion de moyenne, les enseignants doivent élaborer des tâches présentant un besoin pertinent d'utiliser cette notion. Demander aux élèves de décrire une série simple de données avec l'espoir qu'ils choisissent d'utiliser la moyenne est moins bénéfique. Les techniques graphiques (par exemple l'histogramme) les mesures ordinales (par exemple la médiane) peuvent souvent être préférables. Pourtant, les connaissances des élèves, relatives à la moyenne doivent aussi être examinées à travers des tâches d'interprétation, parce que dans la vie quotidienne, il y a peu d'instances où les citoyens ont à calculer les moyennes. De telles évaluations sont de grande utilité si les élèves ont préalablement fourni des efforts en communication écrite et orale, relative aux problèmes statistiques (Zaki et Elm'hamed, 2013).

○ **Marnich (2008):**

La plupart des modèles de compréhension du concept de moyenne arithmétique séparent les éléments mathématiques de ceux statistiques, relatifs à ce concept. Deux conceptualisations reliées à la moyenne arithmétique sont mises en évidence, à savoir: « Partage équitable » et « Milieu de la balance ». Elles sont connectées soit à leurs places en aspects mathématiques soit à leurs places en aspects statistiques de ce concept. La conceptualisation « Milieu de la balance » conçoit le concept de la moyenne arithmétique comme le *point d'équilibre des données*; tandis que celle de « Partage équitable » voit ce concept comme *une distribution équiprobable des données*.

Une étude menée dans Marnich (2008) a signalé que les connaissances des élèves se développent en matière de conceptualisation du « Partage équitable » après qu'ils ont travaillé sur des activités focalisées sur le « Milieu de la balance ». La réciproque est aussi vraie : les connaissances des élèves se développent en matière de conceptualisation du « Milieu de la balance » après qu'ils travaillent sur des activités focalisées sur le « Partage équitable ». De plus, des activités focalisées sur l'une de ces deux conceptualisations permettent aux élèves d'améliorer leurs connaissances relatives aux concepts mathématiques liés à la moyenne arithmétique. Ensuite, cette étude a fait remarquer que la propriété usuelle de la moyenne arithmétique : « Somme des déviations autour de la moyenne est égale à zéro », est un moyen viable et efficace servant à transférer les connaissances des élèves d'une conceptualisation à l'autre : « Partage équitable » et « Milieu de la balance ».

A la lumière de cette revue de littérature que nous avons présentée le long de cette partie, deux points, que nous voyons essentiels, nous donnent raison de susciter cette problématique. La première raison est que notre recherche s'inscrit dans un contexte purement marocain, différent de ceux où se sont déroulées toutes les études évoquées par cette revue. La deuxième raison est que nous proposons une ingénierie didactique, inspirée de ces recherches, qui est susceptible de permettre à l'élève du collège l'acquisition d'une compréhension conceptuelle relative à la notion de moyenne arithmétique enraciné dans l'histoire (Lavoie et Gattuso, 1998 ; Plackett, 1970).

### 3 Expérimentation auprès des élèves

#### 3.1 Objectifs de l'étude et expérimentation

Nous rappelons que l'hypothèse que nous défendons dans cet article est la suivante :

*« Des activités pratiques, basées sur les stratégies MAN et TPE, et visant l'appréhension expérimentale de propriétés de la moyenne arithmétique, mises en place avant tout cours traditionnel et officiel axé sur la formule  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ , introduisant ce concept; et surtout avant la mise en place de toute activité théorique basée sur la stratégie APD et visant l'appréhension théorique de ces mêmes propriétés, permettent une compréhension conceptuelle de cette notion, chez les élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège ».*

Très précisément, nous voulons savoir si la mise en place d'activités pratiques avant tout cours théorique favorise une compréhension conceptuelle de la notion de moyenne arithmétique chez les élèves de 3<sup>ème</sup> année du collège.

Les propriétés que nous avons prises en considération pour pouvoir mettre en exergue notre étude sont les suivantes :

- **(P<sub>1</sub>)** : « APD » n'est pas la seule stratégie possible pour résoudre un problème impliquant le concept de la moyenne arithmétique, mais la stratégie : « MAN », basée sur une application successive de l'opération mathématique : « retrancher puis ajouter », et la stratégie : « TPE », sont aussi possibles pour réaliser un tel objectif;
- **(P<sub>2</sub>)** : La valeur prise par la moyenne arithmétique est toujours comprise entre la donnée minimale et la donnée maximale;
- **(P<sub>3</sub>)** : Une donnée nulle est toujours à prendre en considération et ne doit pas être négligée lors du calcul de la valeur de la moyenne arithmétique;
- **(P<sub>4</sub>)** : Une donnée égale à la valeur de la moyenne arithmétique n'a pas d'effet sur la valeur de cette dernière;

- ( $P_5$ ) : La somme des déviations des données autour de la moyenne arithmétique est toujours égale à zéro;
- ( $P_6$ ) : La valeur prise par la moyenne arithmétique est très sensible aux données extrêmes.

### 3.2 Echantillons

Les sujets sur lesquels nous avons testé notre hypothèse de recherche sont les élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège. Ils sont en nombre de 144 (74 garçons et 70 filles), âgés entre 14 et 17 ans. Ils sont choisis d'une manière aléatoire. Dans un premier temps nous avons aléatoirement divisé ces 144 sujets en deux groupes G1 et G2 d'effectifs 72 chacun. Puis dans un deuxième temps nous avons fait un tirage au sort pour savoir parmi G1 et G2 ce qui va représenter le groupe expérimental (G.E) et le groupe de contrôle (G.C). Les rôles de chaque groupe dans la mise en place de notre hypothèse de recherche seront l'objet du paragraphe suivant dans lequel nous allons présenter le plan expérimental sur lequel nous allons nous baser.

### 3.3 Plan expérimental

Afin de mettre à l'épreuve l'expérience notre hypothèse de recherche, nous allons adopter le plan expérimental détaillé dans le tableau suivant. Ce plan expérimental est composé de quatre étapes. Pour chaque étape, nous avons présenté les éléments essentiels, les stratégies adoptées (MAN, TPE ou APD), les groupes concernés ainsi que la durée estimative de réalisation :

	1 <sup>ère</sup> étape	2 <sup>ème</sup> étape	3 <sup>ème</sup> étape	4 <sup>ème</sup> étape
Eléments de l'étape	3 activités pratiques visant l'appréhension des propriétés $P_1$ jusqu'à $P_6$ du concept de la moyenne arithmétique. (voir annexe)	Cours traditionnel et officiel sur la statistique, contenant le concept de la moyenne arithmétique.	Activité théorique visant l'appréhension des mêmes propriétés $P_1$ jusqu'à $P_6$ du concept de la moyenne arithmétique.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Questionnaire formé de tâches (Items) à réaliser selon des objectifs (<math>O_i</math>) bien définis.</li> <li>• La réalisation de chaque tâche nécessite la mobilisation d'une des propriétés de <math>P_1</math> jusqu'à <math>P_6</math>.</li> </ul>
Stratégies adoptées	MAN et/ou TPE	APD	APD	
Groupes concernés	G.E	G.E et G.C	G.E et G.C	G.E et G.C
Durée de réalisation	2 heures	4 heures	2 heures	1 heure

Tableau 1. Eléments du plan expérimental

### 3.4 Analyse *a posteriori* et interprétation des réponses des sujets

#### 3.4.1 Codage et outils d'analyse retenus pour le traitement des réponses des sujets

Pour le traitement des réponses des sujets, l'analyse factorielle des correspondances multiples (AFCM), nous a semblé être un outil efficace puisqu'il va permettre d'analyser et d'interpréter les réponses des sujets en termes de liens qui existent entre les modalités des différentes questions du questionnaire.

Par ailleurs, pour ne pas biaiser l'analyse, au vu du nombre important de modalités (24) pour l'ensemble des 8 questions (items) du questionnaire, face au nombre «limité» des sujets interrogés (144), nous avons décidé de retenir un codage en tri-modalité: «Compréhension Conceptuelle», «Compréhension Instrumentale» et «Absence de Compréhension». Nous rappelons que nous avons défini ces modalités de la façon ci-après, comme il a été déjà signalé dans l'introduction de cet article.

Ce codage adopté, représente en quelques sortes des niveaux hiérarchisés de compréhension du concept de la moyenne arithmétique:

- *Compréhension Conceptuelle*: Elle sera mise en valeur lorsqu'en réalisant une question donnée, le sujet préfère utiliser l'une des deux stratégies MAN ou TPE au détriment de la stratégie usuelle APD. Elle lui apparaît aussi évidente ainsi que toute propriété caractéristique de cette notion statistique, mais en aucun cas en pensant à recourir à utiliser une telle stratégie, qui est basée (rappelons-le) sur l'application de la formule  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ , pour pouvoir la vérifier, la démontrer ou la mettre en évidence.
- *Compréhension Instrumentale*: Elle sera prise en considération lorsque le sujet traite une question donnée par simple application de la fameuse règle:  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ .
- *Absence de Compréhension*: Lorsqu'il y a absence de compréhension conceptuelle et de compréhension instrumentale, ou lorsque le sujet ne donne aucune réponse à une question donnée.

Ainsi, dans le tableau 2 suivant, nous résumons les relations existant entre ces questions, leurs objectifs, les propriétés visées du concept de la moyenne arithmétique et les activités pratiques correspondantes, ainsi que le codage des questions et modalités adoptées.

Question	Objectif	Propriété	Activités <sup>2</sup>	Libellé question	Code question	Codes modalités <sup>3</sup>		
Item n°1	O <sub>1</sub>	P <sub>1</sub>	A <sub>1</sub> et A <sub>2</sub>	Opérations de Calcul de la Moyenne	OC	OCC	OCI	OCA
Item n°2 (A)	O <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> et A <sub>3</sub> (C, D et H)	Position de la Moyenne entre les Données extrêmes	PD	PDC	PDI	PDA
Item n°2 (B)	O <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>	A <sub>3</sub> (E et F)	Déviations Autour de la Moyenne	DA	DAC	DAI	DAA
Item n°3 (A)	O <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> et A <sub>3</sub> (C, E, G <sub>2</sub> et H)	Stratégies de Calcul de la Moyenne	SC	SCC	SCI	SCA
Item n°3 (B)	O <sub>5</sub>	P <sub>3</sub>	A <sub>2</sub> et A <sub>3</sub> (G <sub>1</sub> )	Effet d'une Donnée Nulle	DN	DNC	DNI	DNA
Item n°3 (C)	O <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	A <sub>3</sub> (G <sub>2</sub> et H)	Effet d'une Donnée Egale à la Moyenne	DE	DEC	DEI	DEA
Item n°4	O <sub>4</sub>	P <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	Localisation de la Moyenne à partir d'un Diagramme en Bâtons	LD	LDC	LDI	LDA
Item n°5	O <sub>8</sub>	P <sub>6</sub>	A <sub>3</sub> (G)	Sensibilité de la Moyenne aux Données extrêmes	SD	SDC	SDI	SDA

**Tableau 2.** Tableau de bord et codages

### 3.4.2 Valeurs propres, inertie totale et nombre d'axes retenus

L'analyse factorielle des correspondances multiples<sup>4</sup> appliquée au tableau disjonctif complet<sup>5</sup> issu du codage des réponses des sujets, a conduit à des valeurs propres non nulles de moyenne 0,125

<sup>2</sup> A<sub>i</sub> désigne : Activité n° i. Pareillement, A<sub>i</sub> (X et Y) désigne : les questions X et Y de l'activité n° i.

<sup>3</sup> La dernière lettre du code d'une modalité désigne le type de compréhension considérée : C : Conceptuelle, I : Instrumentale et A : Absence de compréhension.

<sup>4</sup> Cette analyse a été conduite à l'aide du logiciel Statistica (Version 6).

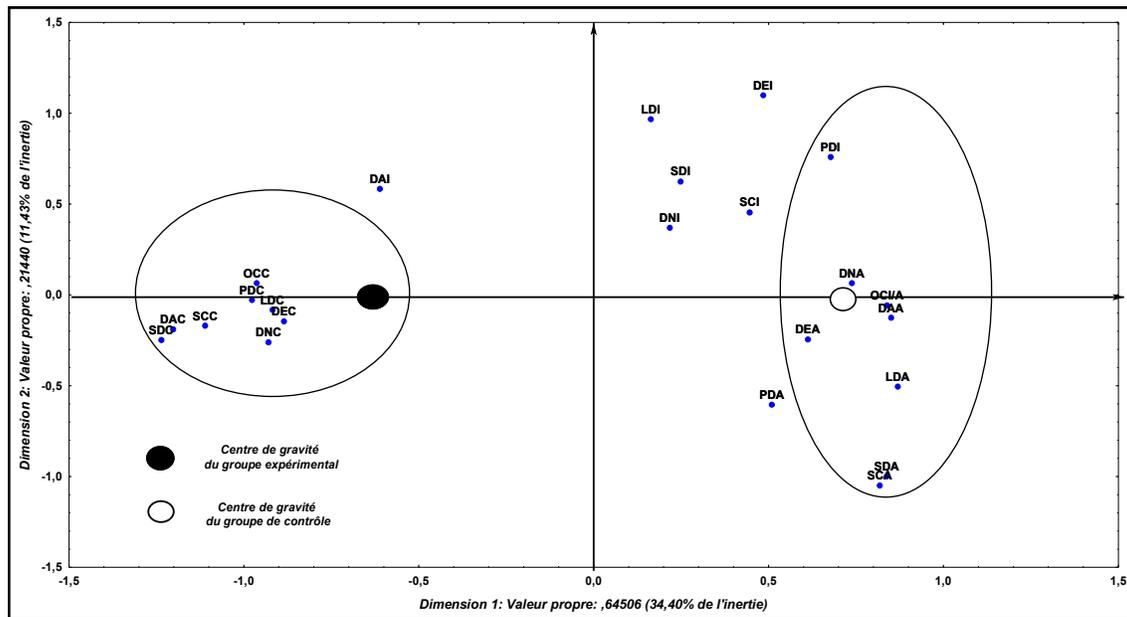
<sup>5</sup> Vu l'effectif très faible des sujets ayant choisi la modalité OCA de la question OC, nous avons fusionné cette modalité avec la modalité OCI de la même question pour créer une nouvelle modalité que nous avons nommée OCI/A d'effectifs la somme des effectifs des deux modalités qui les constituent. OCI/A remplacera donc dans notre analyse, OCI et OCA. Cette procédure de fusionnement est adoptée du

(l'inverse du nombre de questions qui est égal à 8). Ces valeurs propres sont :  $\lambda_1=0,645$ ,  $\lambda_2=0,214$ ,  $\lambda_3=0,165$  et  $\lambda_4=0,147$ . L'inertie totale est égale à 1 (nombre de valeurs propres non nulles, divisé par le nombre de questions). Par ailleurs, le calcul des taux d'inertie liés à ces quatre valeurs propres conduit aux pourcentages décroissants allant de 34,4% à 7,84%. Ces valeurs indiquent que l'essentiel de l'information est lié aux quatre premiers axes factoriels qui représentent ensemble 62,51% de l'information totale<sup>6</sup>. Ces valeurs propres sont différentes; cela signifie que nous sommes pratiquement en présence de deux valeurs propres simples ( $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ ), et une valeur propre double ( $\lambda=\lambda_3\approx\lambda_4$ ). Par conséquent, il va falloir étudier les axes 1, 2 séparément, et le plan (3,4).

### 3.4.3 Interprétation du 1<sup>er</sup> axe factoriel (*Axe de gradient d'appréhension du concept de la moyenne arithmétique*)

L'analyse factorielle des correspondances multiples conduit à une inertie de 34,4% pour l'axe 1. En outre, toutes les modalités indiquant une compréhension conceptuelle ont une coordonnée négative sur cet axe, par opposition aux modalités indiquant une compréhension instrumentale ou une absence de compréhension, qui y ont tous une coordonnée positive (voir graphique 1). Par conséquent, l'axe 1 s'interprète comme étant un gradient d'appréhension du concept de la moyenne arithmétique.

Les modalités qui contribuent le plus à la construction de cet axe sont celles entourées dans le graphique 1 ci-dessus<sup>7</sup>. Elles ont une contribution comprise entre 2.1% et 8.4%. La qualité de représentation de ces modalités par rapport à un tel axe est comprise entre 0,13 et 0,8. Nous pouvons donc considérer que toutes les questions posées dans notre questionnaire sont représentatives de ce dernier et jouent toutes un rôle dans l'évaluation de la compréhension du concept de la moyenne arithmétique chez les élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège.



Graphique 1. Plan factoriel (1, 2)

fait que dans l'application de l'AFCM, plus une modalité ait un effectif faible plus elle aurait des contributions relatives élevées dans la construction des axes factoriels, chose qui pourrait falsifier notre analyse.

<sup>6</sup> 62.51% de l'information totale est considérée très importante du fait que nous avons appliqué l'AFCM sur un tableau disjonctif complet au lieu d'un tableau de Burt. Pour en savoir plus, consulter Benzécri (1979).

<sup>7</sup> Notons au passage que ces modalités occupent des positions correspondant aux modalités ayant les plus grandes coordonnées en valeur absolue par rapport au 1<sup>er</sup> axe factoriel. Sinon, le reste des modalités occupent quasiment des positions intermédiaires, avec en outre de faibles contributions relatives.

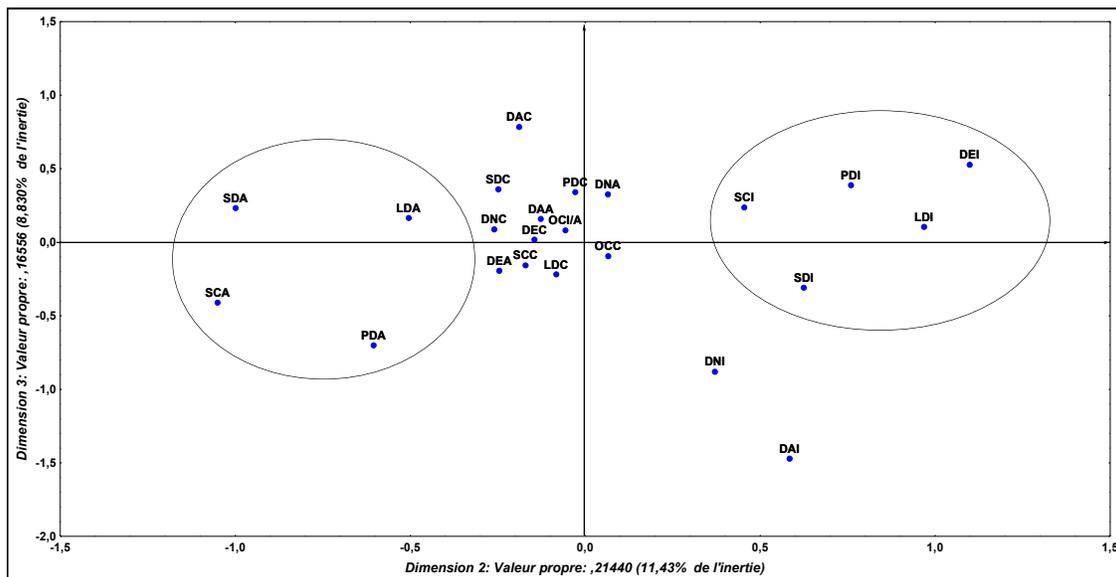
Par ailleurs, à partir des coordonnées factorielles des individus, nous avons pu déterminer les localisations dans le graphique 1 des centres de gravités des groupes expérimental (G.E) et de contrôle (G.C). Nous pouvons ainsi remarquer que le centre de gravité du G.E se trouve proche des modalités impliquant une compréhension conceptuelle de la notion de moyenne arithmétique, tandis que celui du G.C se situe entre les modalités indiquant une absence de compréhension de ce concept.

Par conséquent, nous pouvons affirmer positivement notre hypothèse de recherche, en insistant sur le fait que:

«Des activités pratiques, basées sur les stratégies MAN et TPE, et visant l'appréhension expérimentale de propriétés de la moyenne arithmétique, mises en place avant tout cours traditionnel et officiel axé sur la formule  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ , introduisant ce concept; et surtout avant la mise en place de toute activité théorique basée sur la stratégie APD et visant l'appréhension théorique de ces mêmes propriétés, permettent effectivement une compréhension conceptuelle de cette notion, chez les élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège».

### 3.4.4 Interprétation du 2<sup>ème</sup> axe factoriel (Axe opposant l'absence de compréhension à la compréhension instrumentale de la moyenne arithmétique)

L'analyse factorielle des correspondances multiples conduit à une inertie de 11,43% pour l'axe 2. En outre, les modalités qui contribuent le plus à la construction de cet axe sont celles entourées dans le graphique 2 ci-dessous<sup>8</sup>. Elles ont une contribution comprise entre 5.5% et 14.1%. La qualité de représentation de ces modalités par rapport à un tel axe est comprise entre 0,15 et 0,37. En outre, cet axe oppose des modalités indiquant une absence compréhension à des modalités indiquant une compréhension instrumentale. Par conséquent, nous pouvons interpréter cet axe comme étant « un axe opposant l'absence de compréhension à la compréhension instrumentale de la moyenne arithmétique ».

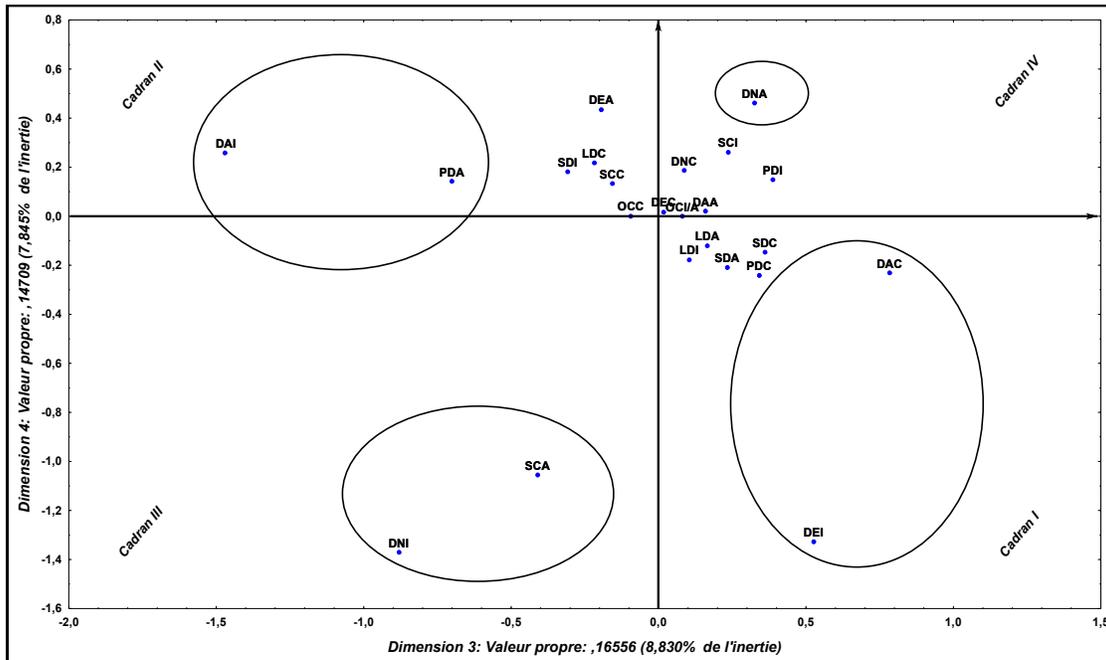


Graphique 2. Plan factoriel (2, 3)

<sup>8</sup> Notons au passage que ces modalités occupent des positions correspondant aux modalités ayant les plus grandes coordonnées en valeur absolue par rapport au 1<sup>er</sup> axe factoriel. Sinon, le reste des modalités occupent quasiment des positions intermédiaires, avec en outre de faibles contributions relatives.

### 3.4.5 Interprétation du plan factoriel (3,4) (*Plan d'opposition de niveaux successifs de compréhension*)

L'analyse factorielle des correspondances multiples conduit à des inerties de 8,83% pour l'axe 3 et de 7.84% pour l'axe 4. Le graphique 3 suivant représente la projection de l'ensemble des modalités par rapport au plan (3,4) :



**Graphique 3.** *Plan factoriel (3, 4)*

Les modalités correspondant aux plus fortes contributions relatives (comprises entre 11.4% et 32.9%) dans la construction des axes 3 et 4, et ayant une bonne représentation (comprises entre 0.19 et 0.54), sont celles qui sont entourées dans le graphique 3.

En cherchant parmi ces modalités les groupements qui présentent les plus fortes oppositions, nous constatons qu'il y a quatre groupes de modalités: (DAC et DEI), (DAI et PDA), (DNI et SCA) et (DNA). Ainsi, nous pouvons déclarer que:

- Les individus qui manifestent une compréhension conceptuelle relative au fait que la somme des déviations autour de la moyenne est nulle, se caractérisent plutôt par une compréhension instrumentale traduisant le fait qu'une donnée égale à la moyenne a un effet sur la valeur prise par cette dernière.
- Aussi, les individus qui acquièrent une compréhension instrumentale concernant le fait que la somme des déviations autour de la moyenne est nulle sont-ils probablement incapables de connaître que la moyenne est toujours comprise entre la donnée minimale et la donnée maximale, et ce lorsque les données sont exprimées par un registre sémiotique de type numérique.
- De plus, les individus qui témoignent d'une compréhension instrumentale relative au fait qu'une donnée nulle a un effet sur la valeur prise par la moyenne arithmétique, se caractérisent plutôt par un déficit relativement aux stratégies de calcul de la valeur prise par ce concept, étant donné que la seule stratégie adoptée est: APD.

De plus, ces quatre groupes de modalités s'opposent deux à deux<sup>9</sup> (*Cadran I vs Cadran II* et *Cadran III vs Cadran IV*). Ainsi, à partir des types de modalités composant ces groupes, nous pouvons annoncer que le plan (3,4) est un plan «*d'opposition de deux niveaux successifs de compréhension d'une même propriété; et que chaque niveau est accompagné d'un niveau de compréhension qui lui est inférieur et qui est relatif à une autre propriété différente*».

#### 4 Conclusion et perspectives de recherches

D'un côté, il apparaît clairement que le concept de la moyenne arithmétique n'est pas aussi simple que pourrait le laisser l'algorithme de calcul  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ . Ainsi, nous concluons à partir des résultats de cette recherche qu'il est tout à fait vraisemblable que:

*«Des activités pratiques, basées sur les stratégies MAN et TPE, et visant l'appréhension expérimentale de propriétés de la moyenne arithmétique, mises en place avant tout cours traditionnel et officiel axé sur la formule  $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ , introduisant ce concept; et surtout avant la mise en place de toute activité théorique basée sur la stratégie APD et visant l'appréhension théorique de ces mêmes propriétés, permettent effectivement une compréhension conceptuelle de cette notion, chez les élèves de la 3<sup>ème</sup> année du collège».*

Il apparaît aussi qu'à partir des réponses des sujets au questionnaire posé, qu'il reste nécessaire d'introduire, en classe, le concept de la moyenne arithmétique en le présentant à eux sous ses différents registres sémiotiques possibles (*verbales, graphiques, tableaux, ...*) et surtout en les formant pour les rendre capables de passer d'un registre sémiotique à l'autre de manière fluide en toute facilité (Duval, 1993). D'un autre côté, nous faisons remarquer que nous avons assuré les conditions pour que les sujets du groupe expérimental n'utilisent pas la stratégie «Ajouter Puis Diviser» dans l'accomplissement des différentes tâches impliquées dans les trois activités pratiques. Pour cela, nous avons essayé de mettre l'accent sur la construction de ces tâches de telle façon que les sujets ne soient pas enclin à utiliser une telle stratégie opératoire, en les contraignant à adopter les deux stratégies : «Mise A niveau» et «Tâtonnement Puis Erreurs» visant à développer chez eux la dimension de la compréhension conceptuelle de la notion de moyenne arithmétique.

Il ressort que la recherche doit se poursuivre pour voir s'il serait pas préférable de programmer les trois activités pratiques que nous avons présentées ici au niveau de la 3<sup>ème</sup> année du primaire (âge de 8 ans) du fait que ce n'est qu'à partir de ce niveau scolaire qu'est introduit le concept de la «Division»? Ne serait-il pas recommandé d'introduire le concept de la moyenne arithmétique en se basant sur la stratégie «APD» au niveau de la 4<sup>ème</sup> année du primaire (au lieu de la 3<sup>ème</sup> année du collège) du fait que ce n'est qu'à partir de ce niveau que les élèves commencent à construire le concept de nombres décimaux? Ne serait-il pas utile de programmer l'activité théorique que nous avons présentée dans notre recherche, aux élèves de la 4<sup>ème</sup> année du primaire et ce après avoir reçu de cours sur cette notion basé, comme nous l'avons déjà dit, sur la stratégie «APD»? Nous pensons qu'en procédant ainsi, nous pourrions mieux garantir non seulement une compréhension conceptuelle de la moyenne arithmétique chez les élèves mais aussi une compréhension satisfaisante de ce concept. Cependant, afin de s'assurer d'une telle conjecture, il est nécessaire que ceci serait objet d'études approfondies, que nous allons mener dans nos prochains travaux relatifs à l'élaboration d'ingénieries didactiques permettant une compréhension globale de ce concept statistique, le plus habituellement utilisé.

---

<sup>9</sup> Voir Cadran I, Cadran II, Cadran III et Cadran IV du graphique 3.

## Bibliographie

- [1] V. L. V. X. Andrade, *Os conceitos de Medidas de Tendência Central e de Dispersão na Formação Estatística no Ensino Médio no Brasil e na França. Abordagem Exploratória no Quadro da Teoria Antropológica do Didático e da Teoria dos Campos Conceituais*. Thèse ([http://theses.univ-lyon2.fr/documents/lyon2/2013/lira\\_v\\_x\\_de\\_andrade\\_v](http://theses.univ-lyon2.fr/documents/lyon2/2013/lira_v_x_de_andrade_v)), 2013.
- [2] J. P. Benzecri, *Sur le calcul des taux d'inertie dans l'analyse d'un questionnaire*, Cahiers de l'analyse des données Vol. 4 (1979), pp. 377-378.
- [3] J. Cai, *Beyond the Computational Algorithm: Students' understanding of the Arithmetic Average Concept*. Proceedings of the XIX Conference on the Psychology of Mathematics Education Vol. 3 (1995), pp. 144-151. Universidad de Pernambuco.
- [4] E. Chatzivasileiou, I. Michalis & C. Tsaliki, *Elementary School Students' Understanding of Concept of Arithmetic Mean*, ICOTS 8 (2010).
- [5] B. Coutanson, *La question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France. Étude exploratoire de quelques caractéristiques de situations inductrices d'un enseignement de la statistique au cycle III* Thèse ([http://theses.univ-lyon2.fr/documents/lyon2/2010/coutanson\\_be](http://theses.univ-lyon2.fr/documents/lyon2/2010/coutanson_be)), 2010.
- [6] R. Duval, *Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg Vol. 5 (1993), pp. 37-65.
- [7] Z. Elm'hamedi, *Contribution à une ingénierie didactique pour l'enseignement et l'apprentissage des tests statistiques à l'université*. Doctorat. Université Sidi Mohammed Ben Abdellah- Faculté des Sciences Dhar El Mehraz, Fès, Maroc, 2010.
- [8] Z. Elm'hamedi, *Effets d'un apprentissage empirique sur la compréhension du concept de moyenne arithmétique*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg Vol. 19 (2014), pp. 129 - 169.
- [9] I. Gall, *Statistical Tools and Statistical Literacy: The Case of The Average*, Teaching Statistics Vol. 17 no. 3 (1995), pp. 97-99.
- [10] S. Goodchild, *School Pupils' Understanding of Average*, Teaching Statistics Vol. 10 (1988), pp. 77-81.
- [11] P. Hardiman, A. Well & A. Pollatsek, *Usefulness of a balance model in understanding the mean*, Journal of Educational Psychology Vol. 76 (1984), pp. 792-801.
- [12] P. Lavoie & L. Gattuso, *An Historical Exploration of the Concept of Average*, ICOTS 5 (1998).
- [13] S. Lima, A. Pollattsek & A. D. Well, *Concept or Computation: Students' Understanding Of The Mean*, Educational Studies in Mathematics Vol. 12 (1981), pp. 191-204. University of Massachusetts, Amherst.
- [14] M. A. Marnich, *A knowledge structure for the arithmetic mean: Relationships between statistical conceptualizations and Mathematical concepts*. Doctorat of Education. University of Pittsburgh, 2008.
- [15] Z. R. Mevarech, *A deep structure model of students' statistical misconceptions*, Educational studies in Mathematics Vol. 14 (1983), pp. 415-429.
- [16] J. Mokros, & S. J. Russell, *Children's concepts of average and representativeness*, Journal for Research in Mathematics Education Vol. 26 (1995), pp. 20-39.

- [17] M. Pfannkuch & C. Wild, *Statistical thinking: How can we develop it?* Teaching Children Mathematics Vol. 2 (2003), pp. 360-364.
- [18] R. L. Plackett, *The Principle of The Arithmetic Mean*. In studies in the history of Statistics and Probability Vol. 1 (1970), eds. E. Pearson and M.G. Kendall London; Griffin.
- [19] A. Pollatsek, S. Lima & A. D. Well, *Concept or computation: Students' Understanding of the Mean*, Educational Studies in Mathematics Vol. 12 (1981), pp. 191-204.
- [20] R. R. Skemp, *Intelligence, Learning and Action*, Wiley, Chichester, 1979.
- [21] S. Strauss & E. Bichler, *The development of Children's Concepts of the Arithmetic Average*, Journal for Research in Mathematics Education Vol. 19 (1988), pp. 64-80.
- [22] J. M. Waston & J. Moritz, *The Beginning of Statistical Inference: Comparing two Data Sets*, Educational Studies in Mathematics Vol. 37 (1999), pp. 145-168.
- [23] M. Zaki & Z. Elm'hamedi, *Eléments de mesure pour un enseignement des tests statistiques*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg Vol. 14 (2009), pp. 153-194.
- [24] M. Zaki & Z. Elm'hamedi, *Aspects de quelques critiques non fondées de la théorie des tests statistiques*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg Vol. 18 (2013), pp. 139-171.

## Annexe : Les trois activités expérimentales

### ACTIVITE N°1: « EGALISATION DES TOURS »

- **MATERIEL DIDACTIQUE:** Quarante-deux (42) cubes, tous de mêmes dimensions:



- **PROCÉDURE:**

Sept de vos amis participent à un programme de gain de poids qui nécessite que chacun d'eux gagne un (1) kilogramme par semaine. Ils devront essayer de gagner ce kilogramme en mangeant des tablettes de chocolat spécial.

En faisant des tests médicaux variés, ces amis sont alors capables de déterminer le nombre de tablettes de chocolat que chacun d'eux doit manger par semaine pour gagner ce kilogramme. Les résultats de ces tests sont illustrés par la figure 1 suivante, composée de sept tours (*une tour correspond à un et un seul ami*):

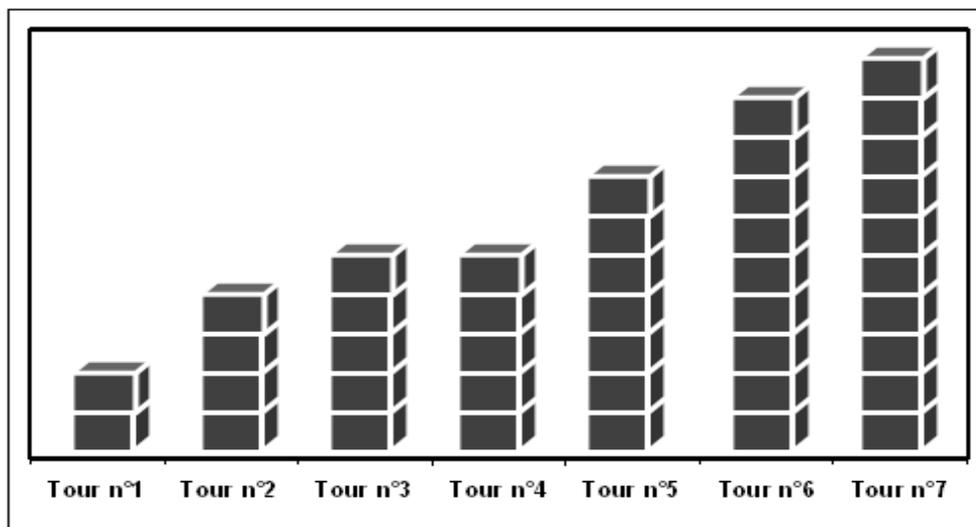
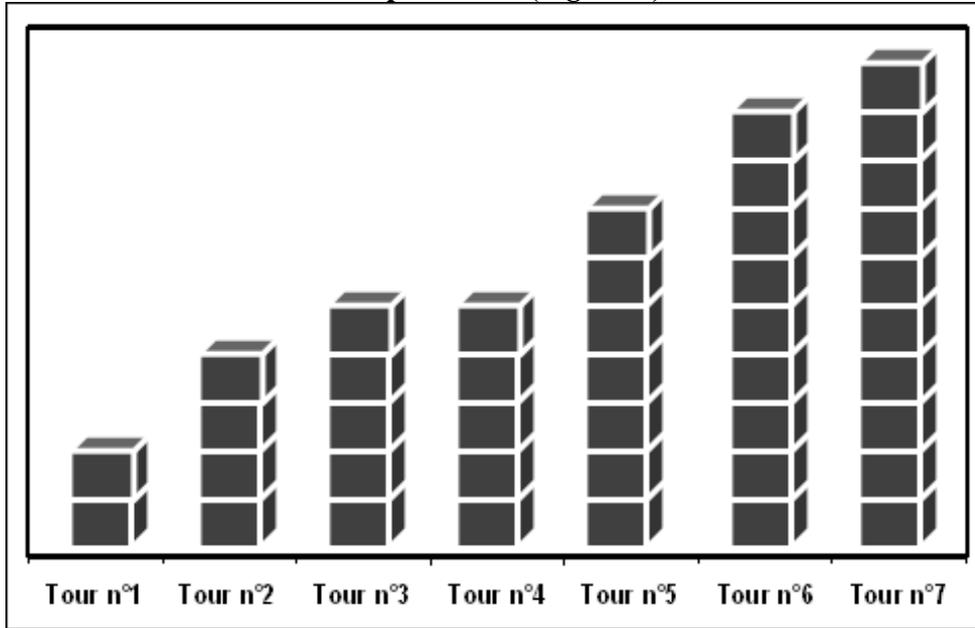


Figure 1

- A l'aide des cubes que vous avez devant vous, essayez d'élaborer une modélisation de la figure 1.
- Dans cette question, vous êtes priés de déplacer les cubes d'une tour à l'autre jusqu'à ce qu'elles soient toutes de hauteurs égales, *sans utiliser l'opération mathématique: «Ajouter Puis Diviser»*. La hauteur commune à toutes ces tours, que vous obtiendrez, s'appelle: *nombre moyen (expérimental)* de tablettes de chocolat à consommer. Décrivez ci-dessous les étapes du processus adopté pour réaliser cette opération de mouvement des cubes. Ce processus commence évidemment par l'étape initiale (*Figure 1*) et se termine par l'étape finale (*Tours de hauteurs égales*). La description d'une étape donnée consiste à dessiner, dans la figure correspondante, les cubes actuels de chaque tour au cours de cette étape, et de remplir le tableau en dessous de chaque figure. La hauteur d'une tour donnée ne doit changer qu'une seule fois au maximum dans chaque étape.

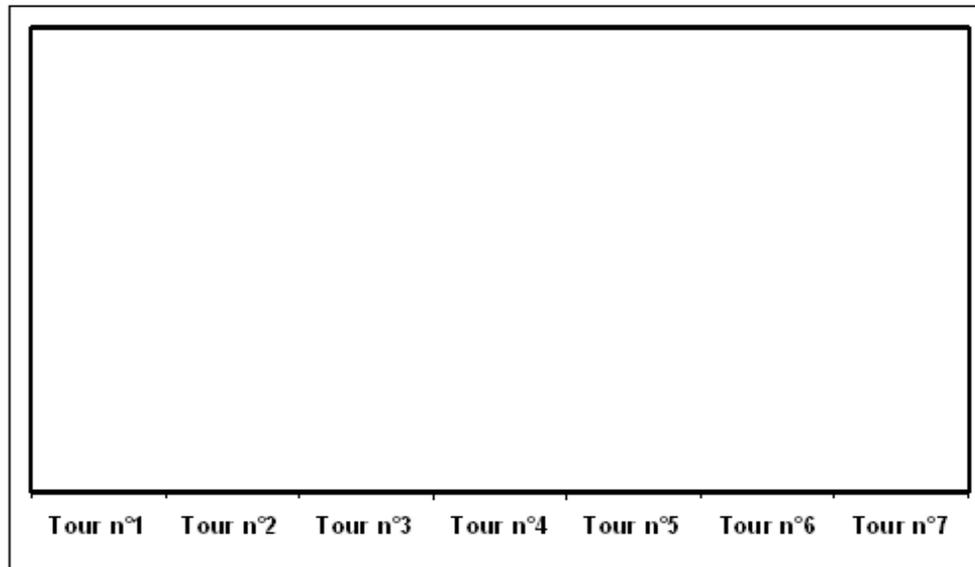
**Etape initiale (Figure 1)**



<i>Notation du nombre de cubes</i>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
<i>Valeurs</i>	2	4	5	5	7	9	10



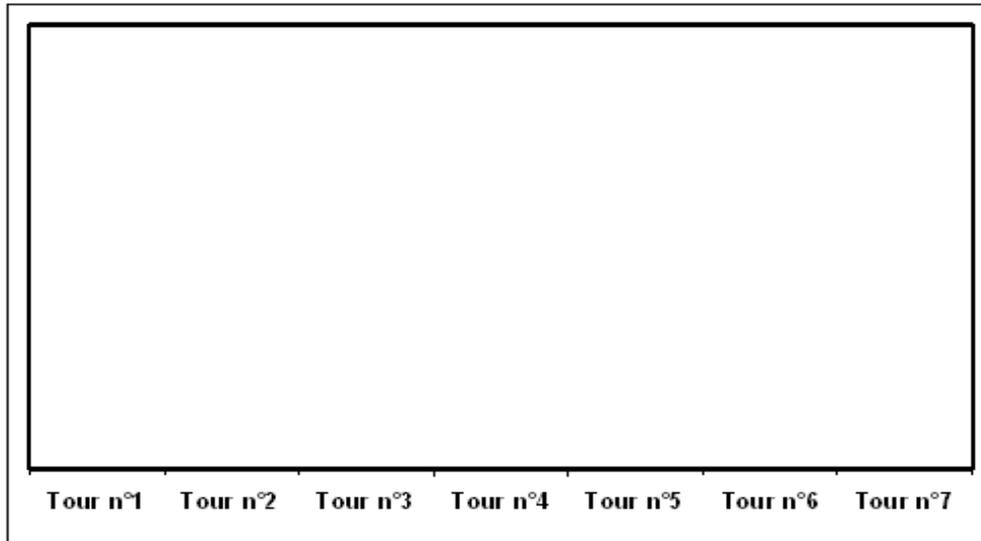
**Etape 1**



<i>Notation du nombre de cubes</i>	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$
<i><math>y_i</math> en fonction de <math>x_i</math></i>							
<i>Valeurs</i>							



**Etape finale**  
*(Tours de hauteurs égales)*



<i>Notation du nombre de cubes</i>	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$
<i><math>z_i</math> en fonction de <math>y_i</math></i>							
<i>Valeurs</i>							

*Ce nombre moyen (expérimental) est égal, selon vous, à: .....Tablettes de chocolat.*

C. A l'aide des cubes que vous avez devant vous, faites construire à tour de rôle par chacun d'entre vous un modèle de la figure 1, puis déplacer ces cubes d'une tour à l'autre jusqu'à ce qu'elles soient toutes de la même hauteur, et ce sans utiliser l'opération mathématique : «Ajouter puis diviser».

**ACTIVITE N°2: « PARTAGE DES POURBOIRES »**

• **MATERIEL DIDACTIQUE:** Trois caisses numérotées de 1 à 3, contenant des sommes d'argents réparties et composées comme le montre le tableau suivant:

	Montant (en Dh)	Pièces composant le montant				
		5 Dh	1 Dh	20 Ct	10 Ct	5 Ct
<i>Caisse 1</i>	3,5	0	3	2	1	0
<i>Caisse 2</i>	9,25	1	4	1	0	1
<i>Caisse 3</i>	12,45	2	2	1	2	1

•PROCÉDURE:

A. Les trois caisses numérotées de 1 à 3, que vous avez devant vous, contiennent respectivement des sommes d'argents de : 3,5Dh (3 pièces d'un dirham, 2 pièces de 20 centimes et une pièce de 10 centimes), 9,25Dh (une pièce de 5 dirhams, 4 pièces d'un dirham, une pièce de 20 centimes et une pièce de 5 centimes) et 12,45Dh (2 pièces de 5 dirhams, 2 pièces d'un dirham, une pièce de 20 centimes, 2 pièces de 10 centimes et une pièce de 5 centimes). Elles représentent des pourboires en faveur de trois élèves seulement, parmi vous. Faites alors un tirage au sort pour affecter ces caisses et aussi savoir l'élève qui ne recevra pas de caisse. Ces caisses appartiennent alors à trois élèves parmi vous: Elève 1, Elève 2 et Elève 3. L'élève 4 n'a pas la chance de bénéficier d'une caisse.

B. Dans un premier temps, vous, les élèves 1, 2 et 3, avez décidé de partager ces montants de pourboires entre vous trois seulement, en adoptant un jeu d'échange de pièces de monnaies, *sans utiliser l'opération mathématique: «Ajouter Puis Diviser»* les montants inclus dans les caisses. Combien chacun de vous trois devrait recevoir alors? Ce montant commun, que vous obtiendrez, s'appelle: *montant moyen (expérimental)*. Décrivez ci-dessous les étapes du processus adopté pour réaliser cette opération de partage des pourboires. Ce processus commence par l'étape initiale (Tableau 1) et se termine par l'étape finale (Même montant de pourboire pour les trois élèves). La description d'une étape donnée consiste à remplir le tableau qui y correspond. Le montant de pourboire d'un élève donné ne devrait changer qu'une seule fois au maximum dans chaque étape.

**Etape initiale (Tableau 1)**

Elèves	Notation du montant	Montant (en Dh)
Elève 1	$x_1$	3,5
Elève 2	$x_2$	9,25
Elève 3	$x_3$	12,45



**Etape 1**

Elève	Notation du montant	$y_i$ en fonction de $x_i$	Montant (en Dh)
Elève 1	$y_1$		
Elève 2	$y_2$		
Elève 3	$y_3$		



...



**Etape finale**

*(Même montant de pourboire pour les trois élèves)*

Elève	Notation du montant	$v_i$ en fonction de $u_i$	Montant (en Dh)
Elève 1	$v_1$		
Elève 2	$v_2$		
Elève 3	$v_3$		

Ce montant moyen (expérimental) est égal, selon vous, à: .....Dh.

C. Etant donné que vous êtes des amis intimes, et vous décidez de faire profiter l'élève 4 des pourboires en les partageant de façon égale entre vous quatre, remettez les montants dans leurs caisses puis partagez les montants inclus dans les caisses entre vous quatre en adoptant seulement un jeu d'échange de pièces de monnaies, *sans utiliser l'opération mathématique: «Ajouter Puis Diviser»*. Combien chacun de vous quatre devrait-il alors recevoir ? Ce montant commun que vous obtiendrez, s'appelle: *montant moyen (expérimental)*. Décrivez ci-dessous, comme en B, les étapes du processus adopté pour réaliser cette opération de partage des pourboires. Ce processus commence par l'étape initiale (Tableau 2) et se termine par l'étape finale (*Même montant de pourboire pour les quatre élèves*). La description d'une étape donnée consiste aussi à remplir le tableau qui y correspond. Le montant de pourboire d'un élève donné ne devrait changer qu'une seule fois au maximum dans chaque étape.

**Etape initiale (Tableau 2)**

Elèves	Notation du montant	Montant (en Dh)
Elève 1	$x_1$	3,5
Elève 2	$x_2$	9,25
Elève 3	$x_3$	12,45
Elève 4	$x_4$	0



**Etape 1**

Elève	Notation du montant	$y_i$ en fonction de $x_i$	Montant (en Dh)
Elève 1	$y_1$		
Elève 2	$y_2$		
Elève 3	$y_3$		
Elève 4	$y_4$		



...



**Etape finale**

*(Même montant de pourboire pour les quatre élèves)*

Elève	Notation du montant	$v_i$ en fonction de $u_i$	Montant (en Dh)
Elève 1	$v_1$		
Elève 2	$v_2$		
Elève 3	$v_3$		
Elève 4	$v_4$		

*Ce nouveau montant moyen (expérimental) est égal, selon vous, à: .....Dh.*

D. Le nouveau montant moyen trouvé en C est égal, selon vous, à celui trouvé en B:  *Vrai*  *Faux*

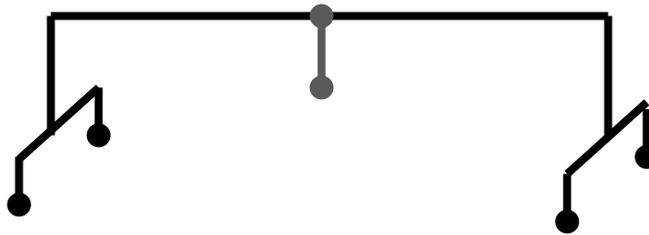
### ACTIVITÉ N°3: « ACTION D'ÉQUILIBRAGE »

#### •MATÉRIEL DIDACTIQUE:

- Un bâton homogène de longueur un (1) mètre, gradué et troué aux valeurs des dizaines, en 0 et en 100:



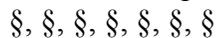
- Une barre sur pieds à laquelle on pourra suspendre le bâton :



- Sept (7) poids égaux:



- Sept (7) crochets (de poids négligeables) permettant de suspendre les poids sur le bâton:



#### •PROCÉDURE:

- A. A l'aide du matériel que vous avez devant vous, suspendez un bâton homogène de longueur un (1) mètre en son point milieu (50 cm), comme le montre la figure 1 suivante:

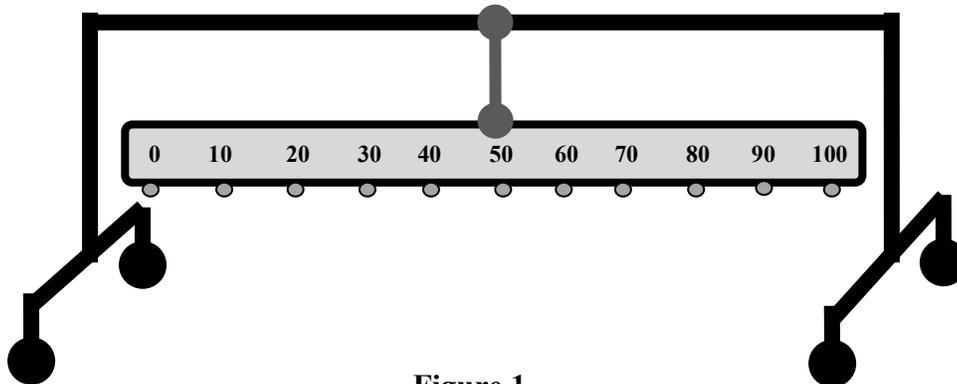


Figure 1

- B. Accrochez quatre poids égaux sur le bâton aux points: 20 cm, 40 cm, 70 cm et 90 cm.
- C. Essayez d'accrocher un cinquième poids de telle sorte que le bâton soit en position d'équilibre au point 50 cm ? *Ce point d'accrochage est: .....cm.*
- D. Débranchez un poids parmi ces cinq, puis essayez de déplacer les quatre autres sur le bâton de telle sorte que ce dernier soit en position d'équilibre. Inscrivez dans le tableau ci-dessous les points d'accrochage:

Poids	Points d'accrochage
1 <sup>er</sup> poids	.....cm
2 <sup>ème</sup> poids	.....cm
3 <sup>ème</sup> poids	.....cm
4 <sup>ème</sup> poids	.....cm

- E. Comparez alors la somme des distances au milieu du bâton des poids à gauche du point 50 cm à celle des distances au milieu du bâton des poids à droite de 50 cm. *Ces deux sommes de distances sont:*  *Egales*     *Différentes*
- F. Raccrochez de nouveau quatre poids égaux sur le bâton aux points: 20 cm, 40 cm, 70 cm et 90 cm comme dans la question B. *Les deux sommes de distances correspondantes sont cette fois-ci:*  *Egales*     *Différentes*
- G. Accrochez quatre poids égaux aux points: 30 cm, 40 cm, 60 cm et 70 cm. Vous pouvez ainsi remarquer que le bâton est en position d'équilibre au point 50 cm. Vous procédez ensuite à déplacer le cinquième poids du point 0 cm jusqu'au point 100 cm, tout en passant par: 10 cm, 20 cm, 50 cm, 80 cm et 90 cm. En faisant ce déplacement croissant du cinquième poids, vous remarquez que:
- G.1.** Plus on s'écarte du point 0 cm vers le point 50 cm, plus le bâton tend vers sa position d'équilibre:  *Vrai*     *Faux*
- G.2.** Le bâton garde sa position d'équilibre si le cinquième poids est accroché au point 50 cm:  *Vrai*     *Faux*
- G.3.** Plus on s'écarte du point 50 cm vers le point 100 cm, plus le bâton s'écarte de sa position d'équilibre:  *Vrai*     *Faux*
- H. Décrochez tous les poids suspendus sur le bâton puis raccrochez de nouveau quatre poids et ce aux points suivants : 30 cm, 40 cm, 60 cm et 70 cm. Vous pouvez ainsi remarquer que le bâton est en position d'équilibre une fois suspendu au point 50 cm. En accrochant successivement un cinquième poids, un sixième poids puis un septième poids dans le même point 50 cm, vous remarquerez que :
- Le bâton conserve sa position d'équilibre.*
- Plus vous accrochez les trois poids (le cinquième, le sixième puis le septième) un après l'autre, plus le bâton s'écarte de sa position d'équilibre.*